

1. Wyznacz dziedzinę i miejsca zerowe funkcji:

a) $f(x) = \frac{x^3-8}{x^2+2x+4}$ oraz sporządź wykres

b) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+x-6}}$

c) $f(x) = \sqrt{2-|x|}$

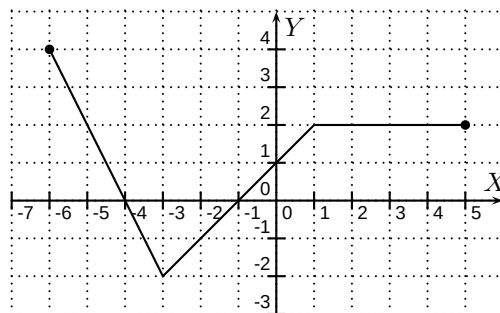
d) $f(x) = \frac{9-x^2}{3+x}$ oraz sporządź wykres

e) $f(x) = \frac{2x^2+4}{-x^2+4}$

2. Wyznacz wzór funkcji $g(x) = f(x-3) - 1$, gdy $f(x) = x^2$ i sporządź jej wykres.

3. Na podstawie wykresu funkcji ustal:

- a) dziedzinę funkcji i jej zbiór wartości,
b) miejsca zerowe oraz przedziały monotoniczności,
c) argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie i ujemne.



4. Dana jest funkcja $f(x) = NWD(x, 4)$ dla $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, gdzie zapis $NWD(x, 4)$ oznacza największy wspólny dzielnik liczb x i 4.

- a) Uzupełnij tabelkę

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$								

- b) Naskicuj wykres funkcji f .

- c) Podaj zbiór wartości funkcji $g(x) = f(x) + 3$.

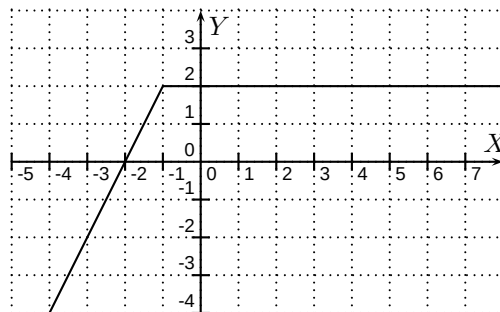
5. Dany jest wykres pewnej funkcji, gdzie $x \in \mathbb{R}$. Sporządź wykres funkcji:

a) $y = f(x-2) - 1$,

b) $y = -f(-x)$,

(R) c) $y = |f(x)|$.

Opisz przekształcenia jakie wykonałeś.



6. Funkcja $f(x)$ jest określona wzorem: $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dla } x \in \langle -1, 1 \rangle \\ -(x-1)^2, & \text{dla } x \in \langle 1, 3 \rangle \end{cases}$

- a) Sprawdź, czy liczba $a = (0, 25)^{-0,5}$ należy do dziedziny funkcji $f(x)$.

- b) Oblicz $f(2)$ oraz $f(3)$.

- c) Sporządź wykres funkcji $f(x)$.

- d) Podaj rozwiązanie równania $f(x) = 0$.

- e) Zapisz zbiór wartości funkcji $f(x)$.

7. Dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ określonej dla $x \in \langle -6, 6 \rangle$.

Korzystając z wykresu funkcji zapisz:

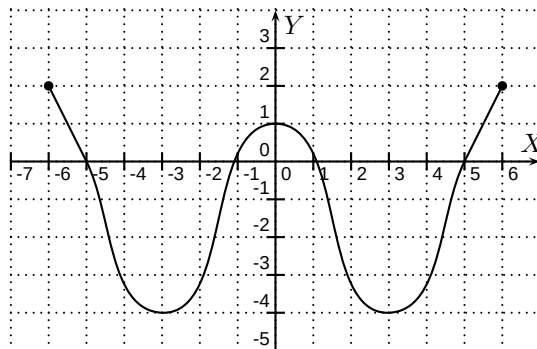
- a) maksymalne przedziały, w których funkcja jest rosnąca,

- b) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie,

- c) największą wartość funkcji f w przedziale $\langle -5, 5 \rangle$,

- d) miejsca zerowe funkcji $g(x) = f(x-1)$,

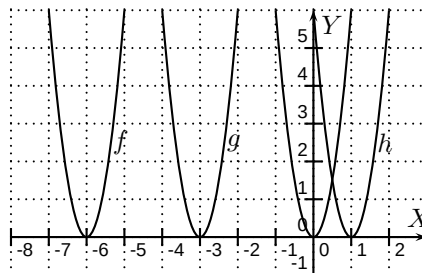
- e) najmniejszą wartość funkcji $h(x) = f(x) + 2$.



8. Test wyboru. Zaznacz poprawne odpowiedzi.

- a) Dana jest funkcja $f(x) = \frac{10-x^2}{x^2-100}$.
 (A) Funkcja f ma dwa miejsca zerowe.
 (B) Wykres funkcji f przecina oś OY w punkcie o rzędnej dodatniej.
 (C) Zbiór liczb podzielnych przez 5 jest zawarty w dziedzinie funkcji f .

- b) Wykresy funkcji: f, g, h otrzymano przez odpowiednie przesunięcia wykresu funkcji $y = 6x^2$.
 (A) Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 6x^2 - 6$.
 (B) Funkcja g jest określona wzorem $g(x) = 6x^2 + 36x + 54$.
 (C) Wykres funkcji h przechodzi przez punkt $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$.



- c) Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem $f(x) = |x+3| - 4$:
 (A) maleje w przedziale $(-\infty; 0)$,
 (B) dla $x \in (1, \infty)$ przyjmuje wartości dodatnie,
 (C) przyjmuje wartość $-\pi$ dla dwóch różnych argumentów.

9. (R) Opisz sposób, w jaki należy przekształcić wykres funkcji $f(x) = \sin 3x$, aby otrzymać wykres funkcji $g(x) = \sin(3x + \pi)$.
10. (R) Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej $n > 1$ największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $x^2 - 3nx + 2n^2 < 0$ o niewiadomej x . Wyznacz wzór funkcji f .
11. (RR) Funkcja okresowa f ma okres podstawowy 4. Naskicuj wykres tej funkcji, jeżeli dla $x \in (-2, 0)$ określona jest wzorem $f(x) = \frac{1}{x}$.
12. (RR) Wskaż przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = x - [x]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą z x .
13. (RR) Korzystając z definicji funkcji zbadaj monotoniczność funkcji f o wzorze $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ w zbiorze liczb rzeczywistych dodatnich.
14. (RR) Zbadaj na podstawie definicji, czy funkcja f jest różnowartościowa:
 a) $f(x) = 1 - x$
 b) $f(x) = (x - 3)^2 + 1$
15. (RR) Zbadaj parzystość funkcji f .
 a) $f(x) = x^2 \frac{3^x + 1}{3^x - 1}$
 b) $f(x) = \frac{\cos x}{\tan^2 x}$
 c) $f(x) = \sqrt{x}$
 d) $f(x) = x \log \frac{3-x}{3+x}$
 e) $f(x) = |x| + x$

16. (RR) Rysunek przedstawia fragment wykresu pewnej funkcji wielomianowej $w(x)$ stopnia trzeciego. Jedynymi miejscami zerowymi tego wielomianu są liczby (-2) oraz 1 , a pochodna $w'(-2) = 18$.
 a) Wyznacz wzór wielomianu $w(x)$.
 b) Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu tego wielomianu w punkcie o odciętej $x = 3$.

