

- Wykonaj działania:
 - $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81}$
 - $\frac{1}{1+\sqrt[3]{3}}$
 - dla $a = \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ i $b = \sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$, oblicz $a \cdot b$, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$, $(a-b)^2$, $\frac{1}{a^2} + b^2$
 - $\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{7-4\sqrt{3}}$
- Stosując wzory skróconego mnożenia rozłóż na czynniki wyrażenie: $1 - a^2 + 2ab - b^2$.
- Oblicz:
 - $\sqrt{-2\sqrt[3]{-8}}$
 - $\sqrt[7]{-\sqrt[6]{-\sqrt[5]{-1}}}$
 - $((\sqrt[3]{\sqrt[5]{3}})^3)^5$
 - $\frac{\sqrt[3]{-60}\sqrt[3]{50}}{\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{6}}$
 - $\sqrt{x} - \sqrt{8} = \sqrt{32}$
 - $\frac{1}{x} = \sqrt[3]{0,064}$
- Dane są liczby: $x = 5\sqrt{7} - 2$ i $y = \sqrt{7} - 4$. Oblicz wartości wyrażeń: $|y - x|$ oraz $\frac{x}{y}$. Wyniki przedstaw w postaci $a + b\sqrt{7}$, gdzie a i b są liczbami wymiernymi.
- Oblicz, jaki procent liczby x stanowi liczba y , gdy $x = \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{\sqrt{144}}\right) : (2^{-2} - 3 \cdot 2^{-4})$, $y = \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}$.
- Dane są wyrażenia arytmetyczne: $m = \frac{\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}}{\frac{5}{3}}$ i $n = \frac{2^{-2} \cdot (0,5)^{-5}}{64^{\frac{1}{6}}}$
 - Oblicz wartość wyrażeń m i n .
 - Dobierz liczbę k tak, by (m, n, k) były kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.
- Przedstaw $\frac{4^{-1} - 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{5 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}$ w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.
- W pewnej firmie zakupiono dwie drukarki. Pierwsza kosztowała 1000 zł, a druga 1200 zł. Okazało się, że jeden wydruk uzyskany z pierwszej drukarki kosztuje 5 gr a z drugiej 4 gr. Dla jakich x całkowity koszt (łącznie z ceną zakupu) wykonania x wydruków na pierwszej drukarce będzie bardziej opłacalny, niż całkowity koszt wykonania x wydruków na drugiej z nich?
- Oblicz:
 - $3 + 2, (9)$
 - $2 + 3, (4)$
 - $6 - 2, (7)$
 - $2 \cdot 0, (1) + 0, (7)$
 - $1, (09) + 0, (90)$
 - Zamień liczbę $1, 24(36)$ na ułamek zwykły.
- Podaj przykład liczb całkowitych dodatnich a i b , spełniających nierówność $\frac{5}{7} < \frac{a}{b} < \frac{6}{7}$.
- Kibic obserwując zawody lekkoatletyczne oszacował długość rzutu młotem na 78 m 40 cm, a okazało się, że młociarz rzucił młot na odległość 77 m 76 cm.
 - Długość skoku trójskoczka kibic ocenił na 17 m i 20 cm, natomiast rezultat jaki po chwili ukazał się na tablicy wyników to 17,36 m. W którym przypadku kibic popełnił większy błąd względny?
- Dane są liczby: $a = \frac{(-3) \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - 4\frac{3}{8}\right)}{2}$ oraz $b = \left(\frac{13}{16} - (-0,3)\right) \cdot \left(\frac{25}{16}\right)^{\frac{1}{2}}$.
 - Oblicz wartości dokładne oraz wartości przybliżone obu liczb w zaokrągleniu do 0,01.
 - Wyznacz błąd względny i bezwzględny przybliżenia liczby a .
- Wiadomo, że 1,5849 jest przybliżeniem liczby $10^{0,2}$ z zaokrągleniem do 4 miejsc po przecinku. Wyznacz przybliżenie liczby $10^{-\frac{4}{5}}$ z zaokrągleniem do 3 miejsc po przecinku oraz przybliżenie liczby $10^{\frac{11}{5}}$ z zaokrągleniem do 1 miejsca po przecinku.

14. W partii 50000 żarówek, 4% to żarówki uszkodzone. Ile uszkodzonych żarówek należałoby usunąć, aby wśród pozostałych żarówek było mniej niż 1% żarówek uszkodzonych?
15. Klient złożył w banku A 5000 zł na okres 2 lat z oprocentowaniem rocznym 5% i roczną kapitalizacją odsetek. Okazało się później, że gdyby tę samą kwotę złożył w banku B, to po dwóch latach miałby o 343 zł więcej. Oblicz jakie oprocentowanie oferował bank B, jeśli kapitalizacja wkładów odbywała się w nim co pół roku.
16. Cena płaszcza kolejno malała najpierw o 20%, a następnie o 30% i wtedy kosztował on 700 złotych. Jaka była cena płaszcza przed obniżkami?
17. Jeden z boków prostokąta zmniejszono o 40%, a drugi zwiększono o 50%. O ile procent zmieniło się pole prostokąta?
18. W 1995 roku zbiory kawy na świecie wynosiły 5489 tys. ton, a w roku 2001 - 7300 tys. ton. W Wietnamie zebrano w 1995 roku 4%, a w 2001 roku 12,3% światowego zbioru kawy. O ile punktów procentowych zbiory kawy w Wietnamie były większe w 2001 roku w porównaniu z 1995 rokiem. O ile procent wzrosły zbiory kawy w Wietnamie w 2001 roku w porównaniu z rokiem 1995?
19. **Test wyboru.** Zaznacz poprawne odpowiedzi.
- a) Liczbą odwrotną do liczby $3 - 2\sqrt{2}$ jest:
(A) $3 + 2\sqrt{2}$ (B) $-3 + 2\sqrt{2}$ (C) $3 - 2\sqrt{2}$ (D) $\frac{1}{3} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$
- b) Wyrażenie $(x-2)^3 - (x-1)(x^2+x+1) - 2(x+2)^2$ po doprowadzeniu do najprostszej postaci jest równe:
(A) $-2x^2 - 15$ (B) $2x^3 + 8x^2 + 1$ (C) $x^3 - 4$ (D) $-8x^2 + 4x - 15$
- c) Liczba $0,(45)$ po zamianie na ułamek zwykły jest równa:
(A) $\frac{45}{100}$ (B) $\frac{5}{11}$ (C) $\frac{9}{20}$ (D) $\frac{45}{10}$
- d) Wyznacz l ze wzoru $P = \pi r^2 + \pi r l$
(A) $\frac{P}{\pi r} - r$ (B) $\frac{\pi r^2 - P}{\pi r}$ (C) $\frac{P}{\pi r^2} - \pi r$ (D) $(P - \pi r^2) \cdot \pi r$
- e) Suma liczby odwrotnej do $-3\frac{1}{2}$ i przeciwnej do $3\frac{5}{7}$ jest równa:
(A) 5 (B) 4,5 (C) $-3\frac{6}{7}$ (D) -4
- f) Wartością wyrażenia $\frac{\sqrt{8 \cdot 8^2 \cdot 125}}{\sqrt{32 \cdot 5^3}}$ jest liczna:
(A) $\frac{125\sqrt{2}}{4}$ (B) $\frac{64}{5}$ (C) 64 (D) 32
- g) Uwalniając ułamek $\frac{4}{\sqrt{3}-1}$ od niewymierności, otrzymasz:
(A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (C) $4(\sqrt{3}-1)$ (D) $2(\sqrt{3}+1)$
20. (R) Niech $a = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11^5$ i $b = 4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11^4$
a) Wyznacz $NWW(a, b)$ i $NWD(a, b)$.
b) Oblicz $\frac{NWW(a, b)}{NWD(a, b)}$.
c) Wykaż, że $NWW(a, b) \cdot NWD(a, b) = a \cdot b$.
21. (R) Rozłóż liczby a i b na czynniki pierwsze, a następnie wyznacz $NWW(a, b)$ i $NWD(a, b)$, gdy
a) $a = 429$, $b = 143$
b) $a = 105$, $b = 187$
c) $a = 24$, $b = 60$
22. (R) Sprawdź, czy liczby $a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ i $b = 2,5(9)$ należą do zbioru rozwiązań nierówności $\frac{8}{x} \geq 3$.
23. (R) Oblicz: $(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}})^2$.

24. (R) Wykaż, bez użycia kalkulatora i tablic, że $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ jest liczbą całkowitą.
25. (R) Wykaż, że dla $a \in (2, 3)$ zachodzi równość $\frac{\sqrt{a^2-6a+9}}{3-a} + \frac{\sqrt{a^2-4a+4}}{a-2} = 2$.
26. (R) Na budowę domu można zaciągnąć pożyczkę w wysokości 63450 euro. Do wyboru są dwa warianty spłaty:
I - w każdym miesiącu spłacasz równe raty każdą w wysokości 2% pożyczonej kwoty.
II - pierwsza rata miesięczna wynosi 2500 euro, każda następna jest o 50 euro mniejsza niż poprzednia.
a) Ile miesięcy potrwa spłata mieszkania w każdym z wariantów ?
b) Oblicz, ile wynosi ostatnia rata spłaty w każdym z wariantów.
c) Oblicz, od którego miesiąca rata spłacana według wariantu II będzie niższa niż w przypadku wariantu I.
27. (R) Liczbą palindromiczną nazywamy liczbę naturalną, która czytana z prawej do lewej lub z lewej do prawej strony daje tę samą liczbę np.: 5225. Udowodnij, że liczba czterocyfrowa palindromiczna jest podzielna przez 11.
28. (R) Bank przyjął kwotę 50000 zł na 5% rocznie z roczną kapitalizacją odsetek i pożyczył ją na 6% rocznie z tą samą kapitalizacją. Ile zyskał bank w ciągu pięciu lat, a ile zyskał w ciągu dziesięciu lat?
29. (R) Dane są liczby: $\sqrt{6} - \sqrt{5}$, $\sqrt{6} + \sqrt{5}$, $\frac{5-2\sqrt{5}}{5}$, $\frac{2-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$. Zbadaj, czy wśród tych liczb jest para liczb przeciwnych i czy jest wśród nich para liczb odwrotnych.
30. (R)
a) Oblicz $\frac{1}{1-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}-\sqrt{100}}$.
b) Oblicz $a^4 + b^4$, gdy $a^2 + b^2 = 9$ oraz $a + b = 1$.
c) Wykaż, że jeśli $x + y + z = 0$, to $xy + yz + zx \leq 0$.
d) Wykaż, że jeśli $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$ i $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n \neq 0$ to $\frac{a_1+a_2+a_3+\dots+a_n}{b_1+b_2+b_3+\dots+b_n} = \frac{a_1}{b_1}$.