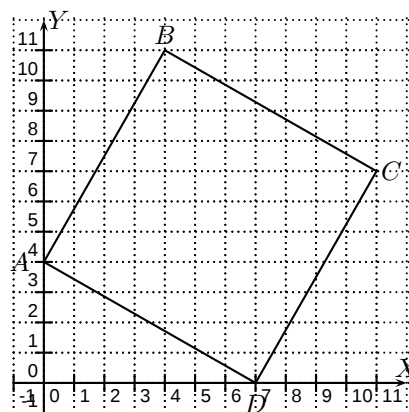


1. Napisz równanie prostej:
 - a) $-6x + 3y + 2 = 0$ w postaci kierunkowej,
 - b) przechodzącej przez punkty $A = (-4, -2)$, $B = (5, 4)$,
 - c) nachylonej do osi OX pod kątem 120° i przechodzącej przez punkt $N = (-3, 2)$,
 - d) równoległej do prostej $l: 6x - y = 0$ i przechodzącej przez punkt $P = (-1, 1)$,
 - e) prostopadłej do prostej $l: \sqrt{2}x - y + 5 = 0$ i przechodzącej przez punkt $M = (2, 1)$.
2. Napisz równanie symetralnej odcinka AB , gdy $A = (-2, 2)$, $B = (2, 10)$.
3. Punkty $A = (5, -1)$, $B = (1, 1)$ są symetryczne względem pewnej prostej. Wyznacz jej równanie.
4. Dany jest punkt $C = (2, 3)$ i prosta o równaniu $y = 2x - 8$ będąca symetralną odcinka BC . Wyznacz współrzędne punktu B . Wykonaj obliczenia uzasadniające odpowiedź.
5. W układzie współrzędnych dane są dwa punkty: $A = (-2, 2)$ i $B = (4, 4)$.
 - a) Wyznacz równanie symetralnej odcinka AB .
 - b) Prosta AB oraz prosta o równaniu $3x - 2y - 11 = 0$ przecinają się w punkcie C . Oblicz współrzędne punktu C .
6. Oblicz odległość punktu A od środka odcinka BC , gdzie $A = (1, 3)$, $B = (4, 7)$, $C = (-2, -3)$.
7. Znajdź pole kwadratu, którego jednym z wierzchołków jest punkt $A = (1, -3)$, i którego przekątna zawiera się w prostej o równaniu $y = 2x$.
8. Wyznacz współrzędne punktu B symetrycznego do $A = (2, 3)$ względem prostej $x + 3y - 1 = 0$.
9. W układzie współrzędnych na płaszczyźnie zaznaczono punkty $A = (2, 0)$ i $B = (4, 0)$. Wyznacz wszystkie możliwe położenia punktu C , dla których ABC jest trójkątem równoramiennym o podstawie AB i polu równym 3.
10. Sprawdź algebraicznie, czy trójkąt o wierzchołkach $A = (5, -4)$, $B = (-1, 2)$, $C = (-4, -1)$ jest trójkątem prostokątnym.
11. Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A = (0, 4)$, $B = (5, 3)$ i $C = (4, 8)$. Wyznacz punkt przecięcia środkowej poprowadzonej z wierzchołka A z wysokością opuszczoną na bok AB .
12. Punkty $A = (6, 0)$, $B = (1, 1)$ i C są wierzchołkami trójkąta ABC . Punkt C jest punktem przecięcia prostej o równaniu $y = x - 4$ z osią OY .
 - a) Napisz równanie prostej zawierającej bok AC tego trójkąta.
 - b) Uzasadnij, że ten trójkąt ma oś symetrii.
 - c) Oblicz pole tego trójkąta.
13. Wskaż równanie okręgu o środku w punkcie $S = (-1, 2)$ i promieniu $r = \sqrt{2}$:
 - (A) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$
 - (B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = \sqrt{2}$
 - (C) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$
 - (D) $(x + 1)^2 - (y - 2)^2 = \sqrt{2}$.
14. Punkt $B = (-1, 9)$ należy do okręgu stycznego do osi OX w punkcie $A = (2, 0)$. Wyznacz równanie tego okręgu.
15. Punkty $A = (1, 1)$, $B = (5, 0)$, $C = (5, 7)$, $D = (1, 6)$ są wierzchołkami czworokąta.
 - a) Wyznacz współrzędne punktu przecięcia przekątnych tego czworokąta.
 - b) Oblicz pole czworokąta.
 - c) Czy na tym czworokącie można opisać okrąg?
16. Znajdź środek i promień okręgu opisanego na trójkącie ABC , gdy $A = (-4, -2)$, $B = (0, 4)$, $C = (8, 4)$.
17. Punkty $A = (2, 4)$, $B = (-2, 6)$, $C = (-2, 2)$ są wierzchołkami równoległoboku $ABCD$. Oblicz współrzędne wierzchołka D i obwód tego równoległoboku.

18. Prosta l tworzy z osią x kąt o mierze 45° i przechodzi przez punkt $M = (-2, 2)$. Prosta k , prostopadła do l , przecina oś x w punkcie o odciętej $x_0 = -3$.
- a) Wyznacz równania prostych k i l .
- b) Oblicz długość najdłuższego boku trójkąta, którego boki zawierają się w prostych l i k oraz w osi y .
19. Okrąg o_1 określony jest równaniem: $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$.
- a) Napisz równanie okręgu o_2 współśrodkowego z okręgiem o_1 , przechodzącego przez punkt $A = (6, 0)$.
- b) Oblicz pole pierścienia kołowego ograniczonego okręgami o_1 i o_2 .
20. Zbadaj położenie punktów względem koła:
- a) $A = (2, 3)$, $B = (1, 4)$, $C = (-1, 1)$, $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 \leq 4$;
- b) $A = (3, -2)$, $B = (2, 1)$, $C = (6, -2)$, $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 \leq 0$.
21. Napisz równanie okręgu:
- a) o środku $S = (-1, -2)$ przechodzącego przez punkt $P = (0, 3)$,
- b) o promieniu $r = 4$ stycznego do obu osi układu współrzędnych,
- c) przechodzącego przez punkty $A = (5, 1)$ i $B = (2, -2)$, którego środek leży na prostej $y = 1$.
22. **Test wyboru.** Zaznacz poprawne odpowiedzi.
- a) Wskaż współrzędne punktu C należącego do osi Y tak, aby proste AB i BC były prostopadłe, gdy $A = (-5, 2)$ i $B = (-2, 3)$.
- (A) $(-3, 0)$ (B) $(0, 3)$ (C) $(0, -3)$ (D) $(0, 5)$
- b) Prosta k równoległa do prostej $p: 5x - y + 2 = 0$ i przechodząca przez punkt $P = (1, -2)$, to:
- (A) $5x - y + 3 = 0$ (B) $-5x + y + 7 = 0$ (C) $x + 5y + 3 = 0$ (D) $-x + 5y - 2 = 0$
- c) Wskaż równanie prostej prostopadłej do prostej $l: 3x + y - 2 = 0$ i przechodzącej przez punkt $K = (-2, 1)$
- (A) $-3x + y - 2 = 0$ (B) $x - 3y + 5 = 0$ (C) $-x + 3y + 3 = 0$ (D) $-x + 3y - 5 = 0$
- d) Dany jest okrąg o równaniu $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 3$. Jakie są współrzędne środka i promień tego okręgu?
- (A) $O = (3, -2)$, $r = 3$,
- (B) $O = (-3, 2)$, $r = 3$,
- (C) $O = (-3, -2)$, $r = \sqrt{3}$,
- (D) $O = (-3, 2)$, $r = \sqrt{3}$.
- e) Jaki zbiór punktów płaszczyzny kartezjańskiej opisuje równanie $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 20 = 0$?
- (A) zbiór pusty, (B) okrąg, (C) dwie proste, (D) płaszczyznę.
- f) Jaki jest środek i promień okręgu o równaniu $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3 = 0$?
- (A) $O = (2, -1)$, $r = 3$,
- (B) $O = (-2, 1)$, $r = \sqrt{3}$,
- (C) $O = (-2, 1)$, $r = 2$,
- (D) $O = (-2, 1)$, $r = \sqrt{2}$.
23. (R) Dane są punkty: $A = (-3, -1)$, $B = (-1, 0)$ i $C = (-2, 2)$. Oblicz współrzędne i długość wektora: $\vec{u} = 2 \cdot \vec{AB} + \vec{BC}$.
24. (R) Niech $A = (-4, 3)$, $B = (2, 1)$, $C = (1, -3)$. Wyznacz współrzędne punktu D , tak aby wektor $\vec{CD}$ był wektorem przeciwnym do wektora $\vec{AB}$.
25. (R) Niech $A = (1, 3)$, $B = (5, 1)$ oraz $C = (4, 3)$. Wyznacz współrzędne punktu M tak, aby $\vec{AM} = \vec{AB} - 2 \cdot \vec{BC}$. Oblicz długość wektora $\vec{AM}$ i współrzędne jego środka.
26. (R) a) Dla jakiej wartości m wektory $\vec{a} = [2, 3]$ i $\vec{b} = [-3, m]$ są równoległe.
- b) Dobierz liczby k, l tak aby $k\vec{a} + l\vec{b} = \vec{c}$, gdy $\vec{a} = [2, 3]$, $\vec{b} = [-3, 2]$, $\vec{c} = [5, 5\frac{1}{3}]$.



27. (R) Rysunek przedstawia kwadrat $ABCD$, gdzie $A = (0, 4)$, $D = (7, 0)$.

a) Podaj współrzędne wektora $\overrightarrow{DC}$.
b) Podaj równanie prostej AD w postaci ogólnej.

28. (R) Punkty $A = (1, 1)$, $B = (5, 5)$, $C = (3, 5)$ są wierzchołkami trapezu równoramiennego $ABCD$ niebędącego równoległobokiem, w którym $AB \parallel CD$.

a) Wyznacz równanie osi symetrii tego trapezu.
b) Oblicz pole tego trapezu.

29. (R) Dane są punkty $A = (2, 3)$, $B = (5, 4)$. Na prostej o równaniu $y = 5$ wyznacz punkt C tak, aby łamana ACB miała jak najmniejszą długość. Odpowiedź uzasadnij.

30. (R) Punkty $M = (3, 1)$, $N = (6, 5)$ są kolejnymi wierzchołkami trapezu $KLMN$. Stosunek długości podstaw trapezu jest równy $1 : 2$. Dłuższa podstawa zawiera się w prostej o równaniu $4x - 3y - 8 = 0$. Oblicz pole trapezu.

31. (R) Wyznacz równanie okręgu o środku $A = (2, 3)$, stycznego do prostej o równaniu $x - 2y + 1 = 0$.

32. (R) Dane są punkty $A = (-4, 32)$ i $B = (-36, 16)$. Wykaż, że koło o średnicy AB jest zawarte w II ćwiartce prostokątnego układu współrzędnych.

33. (R) Wyznacz równania prostych przechodzących przez początek układu współrzędnych i stycznych do okręgu o środku w punkcie $S = (4, 0)$ i promieniu równym 2.

34. (R) Dane są figury:

$$F_1 = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 + y^2 - 6y \leq 0\},$$

$$F_2 = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge y \leq 6 - |x|\}.$$

a) Narysuj figury F_1 , F_2 oraz figurę $F = F_1 \cap F_2$.
b) Oblicz pole figury F .

35. (R) Zilustruj w układzie współrzędnych zbiory A i B oraz oblicz pole figury $A \setminus B$, gdzie

$$A = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 - 4y + y^2 \leq 5\},$$

$$B = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge y > |\sqrt{3}x| + 2\}.$$

36. (R) Wyznacz promień okręgu o środku w początku układu współrzędnych stycznego zewnętrznie do okręgu $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 21 = 0$

37. (R) Napisz równanie okręgu symetrycznego do okręgu o równaniu $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 41 = 0$ względem prostej $y = 2x$.