

1. a) Sprawdź, czy wielomian $w(x) = 8x^3 - 27$ jest równy wielomianowi $p(x) = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$.
b) Wyznacz współczynniki a, b wielomianu $w(x) = x^3 - ax^2 - 2x + b$, gdy $w(1) = 3$ i $w(0) = -2$.
c) Rozłóż wielomian na czynniki:
 $p(x) = (2x - 4)^3 - (x - 2)^3$
 $g(x) = -5x^5 + 30x^4 - 45x^3$
 $r(x) = 2x^3 - 9x^2 + 27$
 $z(x) = x^4 - 3x^3 + 8x - 24$
2. Wykonaj dzielenie wielomianu $w(x) = -3x^4 + 5x^3 + x^2 + 10x + 6$ przez $q(x) = x^2 + 2$ i zapisz go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$.
3. W wyniku dzielenia wielomianu $w(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 1$ przez wielomian $p(x)$ otrzymano iloraz $q(x) = x^2 - 3x + 2$ i resztę $r(x) = -1$. Wyznacz wielomian $p(x)$.
4. Nie wykonując dzielenia wielomianów:
a) wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $w(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ przez wielomian $q(x) = x - \sqrt{2}$.
b) sprawdź, czy wielomian $w(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6$ jest podzielny przez wielomian $p(x) = x^2 - 3x + 2$.
5. Dla jakich wartości parametru a wielomian $w(x) = a^2x^3 - 4ax + 5$ jest podzielny przez dwumian $q(x) = x + 1$.
6. Niech $w(x) = 2x^3 - 9x^2 - 38x + 21$.
a) Wykaż, że $(x + 3)$ jest dzielnikiem wielomianu $w(x)$.
b) Wielomian $w(x)$ rozłóż na iloczyn czynników liniowych o współczynnikach całkowitych.
7. Liczby a, b, c są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie -2 . Wartość wielomianu $w(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ dla argumentu 2 jest równa 4 .
a) Oblicz $w(-3)$.
b) Oblicz resztę z dzielenia wielomianu $w(x)$ przez dwumian $x + 1$.
8. Dany jest wielomian $w(x) = 2x^4 - ax^3 - bx^2 - cx + 3$. Wyznacz współczynniki tego wielomianu wiedząc, że c, a, b są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie $q = 3$, liczba -1 jest pierwiastkiem tego wielomianu. Rozwiąż $w(x) \leq 0$.
9. Wiedząc, że liczby $1, 4$ są pierwiastkami wielomianu $w(x) = x^4 + mx^3 + 9x^2 + 38x + n$ znajdź pozostałe pierwiastki i rozwiąż nierówność $w(x) < 0$.
10. Dany jest wielomian $w(x)$. Wiedząc, że reszta z dzielenia tego wielomianu przez $(x + 1)$ wynosi 2 , przez $(x - 8)$ wynosi -7 , podaj wielomian, który jest resztą z dzielenia $w(x)$ przez $(x + 1)(x - 8)$.
11. Suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 40 cm. Krawędź podstawy ma długość x . Napisz wzór funkcji opisującej objętość tego graniastosłupa w zależności od x . Jakie są wymiary tego graniastosłupa, jeśli jego objętość jest równa 36 cm³?
12. Wyznacz najmniejszą wartość wyrażenia $x^3 + y^3$ wiedząc, że $x + y = 2$.
13. Rozwiąż równanie:
a) $x^3 - x = x^2 - 1$
b) $27x^7 = -8x^4$
c) $2x^3 + x^2 - 13x + 6 = 0$
14. Rozwiąż nierówność:
a) $-3x^2(x + 2)(x^2 + 1)(x + 1)^2 < 0$
b) $x^3 \geq 81x$
c) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 < 0$
15. Dane są wielomiany: $Q(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 9$, $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$. Oblicz wartości m i n , dla których wielomian $W(x) = x^4 + (m - 4)x^3 - (2n + 6)x^2 - 38x - 3$ równy jest wielomianowi $Q(x) - 2P(x)$.
16. (R) Pierwiastkiem równania $2x^3 - (3m - 1)x^2 + 7x - m = 0$ jest liczba -1 . Wyznacz wartość parametru m oraz pozostałe pierwiastki tego równania.

17. (R) Wyznacz wartości parametrów p, q , dla których liczba -1 jest dwukrotnym pierwiastkiem równania $x^3 + px^2 + qx - 2 = 0$.
18. (R) Wyznacz wszystkie liczby całkowite dodatnie spełniające nierówność: $x^3 + 90 \leq 2(x + 5)^2$.
19. (R) Rozwiąż nierówność: $x^3 - x^2 + 6|x - 1| \leq 0$.
20. (R) Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{1}{\sqrt{18x^3 - 3x^2 - 4x + 1}}$.
21. (R) Funkcja $w(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ osiąga ekstremum $y = -4$ dla $x = 1$. Wyznacz współczynniki a, b, c tej funkcji wiedząc, że do jej wykresu należy punkt $B = (0, -2)$. Rozwiąż nierówność $w(x) \geq 0$.
22. (R) Dla jakich wartości parametru m wielomian $w(x) = x^3 \log^2 m - 3x^2 \log m - 6x - 2 \log m$ jest podzielny przez $(x + 1)$.
23. (R) Wiedząc, że $f(x) = x^5 + x^3$ rozwiąż nierówność $f'(2x) + f''(x) \geq 6x$.