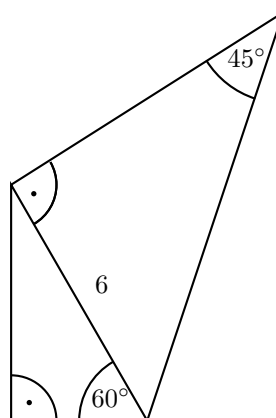
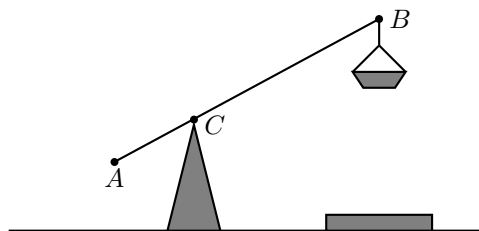


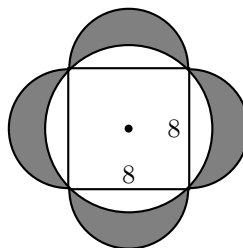
1. Okrągły obrus został w całości wykrojony z materiału w kształcie kwadratu o boku 4 m. Wiedząc, że materiał został maksymalnie wykorzystany, oblicz ile metrów ozdobnego sznura potrzeba na obszycie brzegu tego obrusa. Podaj wynik z dokładnością do 0,1 m.
2. W pewnym skansenie jest żuraw studzienny. Jego dźwignię AB podparto w punkcie C tak, że ramiona dźwigni mają długości: $|AC| = 2,4$ m i $|CB| = 7,2$ m. Koniec dźwigni początkowo znajdował się 0,5 m poniżej poziomu punktu podparcia C , a następnie obrócono dźwignię tak, że koniec A znalazł się 0,5 m powyżej poziomu punktu C . O ile metrów opuści się w tym czasie koniec B dźwigni?
3. Na pewne wzgórze można wejść pokonując 50 schodów. Każdy schodek ma wysokość 30 cm, a jego powierzchnia użytkowa ma szerokość 40 cm. Oblicz w metrach wysokość h wzgórza i długość d poręczy wzdłuż linii schodów.
4. Grupa sześciu przyjaciół kupiła tort w kształcie graniastosłupa prostego, którego jedną z podstaw jest trójkąt równoramienny ABC . W trakcie dyskusji - jak podzielić tort na 6 „równych” części, Krysia przypomniała sobie własność środkowych dowolnego trójkąta i przecięła tort wzdłuż środkowych narysowanych na powierzchni tortu (trójkąta ABC). Czy Krysia miała rację? Odpowiedź uzasadnij.
5. Z punktu zewnętrznego P oddalonego o h jednostek od okręgu o promieniu r poprowadzono styczną do okręgu w punkcie S . Niech y oznacza odległość z punktu P do punktu S styczności.
 - a) Wyraż odległość y w zależności od wysokości h i promienia r .
 - b) Jeśli r jest promieniem Ziemi w milach, a h wysokością na jakiej znajduje się statek kosmiczny nad powierzchnią Ziemi, to z jakiej odległości astronauta widzi punkt najdalej położony na horyzoncie Ziemi? Przyjmij, że statek kosmiczny znajduje się w odległości 200 mil od Ziemi, a promień Ziemi wynosi $r \approx 4000$ mil. Wynik podaj w zaokrągleniu do 1 mili.
6. Na trzech okręgach parami stycznych zewnętrznie, o promieniu 1 cm, opisano trójkąt równoboczny. Oblicz pole tego trójkąta.
7. W trójkąt równoramienny, w którym wysokość ma długość 10 cm, a kąt przy podstawie ma miarę 30° , wpisano okrąg. Oblicz długość promienia tego okręgu.
8. Na trójkącie równoramiennym, o podstawie długości 8 cm i kącie przy podstawie 30° , opisano okrąg. Oblicz długość promienia tego okręgu.
9. Dwa okręgi są styczne wewnętrznie, a trójkąt prostokątny ABC wpisany jest w większy okrąg. Średnica małego okręgu ma długość równą połowie przeciwprostokątnej trójkąta ABC .
 - a) Wyjaśnij dlaczego trójkąty ABC i OBE są podobne i podaj skalę podobieństwa (O - środek większego okręgu, E - punkt wspólny mniejszego okręgu i przyprostokątnej BC).
 - b) Oblicz stosunek pól tych trójkątów.
10. Oblicz obwód rombu, którego pole jest równe 384, a stosunek długości przekątnych wynosi 3 : 4.



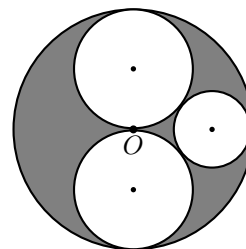
11. Przekątna czworokąta dzieli go na dwa trójkąty prostokątne.
 - a) Oblicz obwód tego czworokąta.
 - b) Jaką część pola czworokąta stanowi pole mniejszego trójkąta? Wynik podaj w zaokrągleniu do 0,1.

12. Dany jest równoległobok o bokach długości 16 i 10 oraz kącie ostrym 30° . Oblicz:
 - a) długość dłuższej wysokości równoległoboku,
 - b) długość krótszej przekątnej równoległoboku.
13. W trapezie prostokątnym dłuższa przekątna ma długość 12 cm i tworzy z dłuższym ramieniem kąt o mierze 30° , natomiast z krótszym ramieniem kąt o mierze 60° . Oblicz pole tego trapezu.
14. Dany jest trapez równoramienny, którego ramię ma długość 6 i jest nachylone do dłuższej podstawy pod kątem 60° . Podstawa ta ma długość 10.
 - a) Oblicz obwód i pole trapezu.
 - b) Oblicz długość przekątnej trapezu.
 - c) Oblicz odległość punktu przecięcia się przekątnych od dłuższej podstawy.
15. W trapezie równoramiennym $ABCD$ środki kolejnych boków połączono odcinkami. W ten sposób trapez został podzielony na cztery trójkąty i jeden czworokąt. Uzasadnij, że suma pól tych trójkątów jest równa polu otrzymanego czworokąta.
16. W okrąg o środku O i promieniu $R = 6$ cm wpisano czworokąt $ABCD$. Kąty środkowe: $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$ i $\sphericalangle DOA$ mają odpowiednio miary: 45° , 150° , 135° i 30° . Oblicz pole czworokąta $ABCD$.
17. Dany jest kwadrat. Pole koła opisanego na tym kwadracie jest o 8π większe od pola koła wpisanego w ten kwadrat. Oblicz pole kwadratu.
18. Miary trzech kolejnych kątów czworokąta wpisanego w okrąg tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy $r = 52^\circ 32'$. Oblicz miary wszystkich kątów wewnętrznych tego czworokąta.
19. Na okręgu opisano trapez prostokątny, którego długości ramion są równe 24 cm i 25 cm. Oblicz:
 - a) długości podstaw trapezu,
 - b) pole trapezu,
 - c) długości przekątnych trapezu,
 - d) długość okręgu,
 - e) o ile procent obwód trapezu jest większy od długości okręgu,
 - f) pole części trapezu znajdujące się poza kołem,
 - g) stosunek pola trapezu do pola koła.

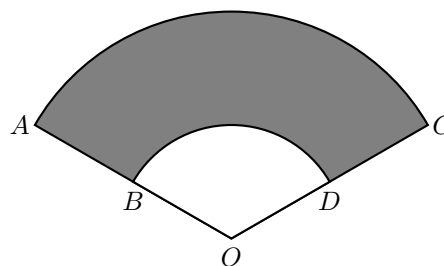
20. Oblicz obwód i pole zacieniowanego obszaru.



21. Dane są cztery okręgi parami styczne. Promień największego okręgu o środku O jest równy 2.
 - a) Oblicz długość promienia najmniejszego okręgu.
 - b) Oblicz pole zacieniowanego obszaru.

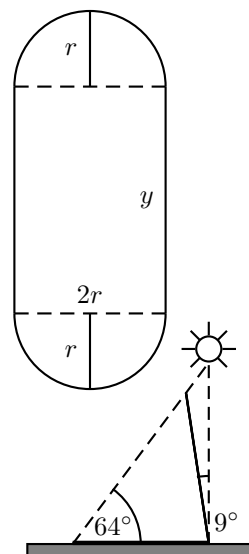


22. Rysunek przedstawia kształt obszaru zakreślonego przez wycieraczkę szyby samochodu. Kąt AOC ma miarę 2,5 radiana oraz $|OB| = 20$ cm, a ramię BA wycieraczki ma długość 30 cm. Oblicz pole obszaru, który wyczyści wycieraczka.

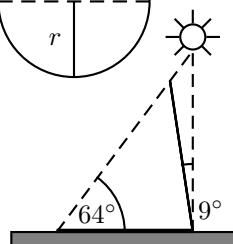


23. Okno ma kształt prostokąta z dołączonymi na dole i na górze półkami.

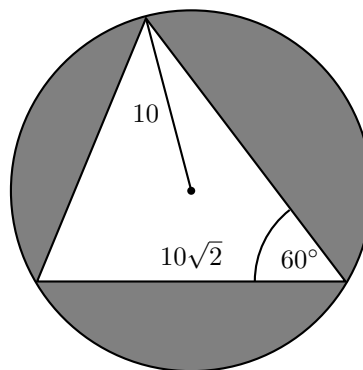
- a) Podaj wzór na pole P powierzchni okna w zależności od r i y .
 b) Uzasadnij, że jeśli obwód okna jest równy 6 m, to pole P wyraż się wzorem $P = 6r - \pi r^2$ [m²].
 c) Dla jakiego r pole powierzchni okna, którego obwód jest równy 6 m, jest największe?



24. (R) Z punktu A widać słup telefoniczny pod kątem o mierze 64° . Słup jest odchylony od pionu o kąt miary 9° w kierunku drogi na powierzchni ziemi, na którą słońce rzuca cień. Długość cienia jest równa 6,4 m. Oblicz w zaokrągleniu do 1 m długość tego słupa.

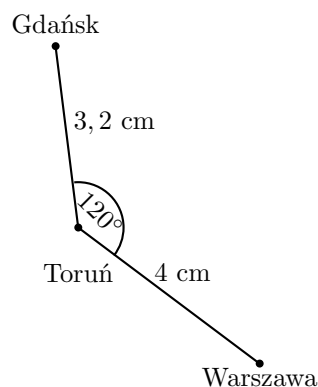


25. (R) Oblicz długość środkowej trójkąta opuszczonej na bok o długości 8, gdy pozostałe boki mają długość 6 i 7.
 26. (R) Udowodnij twierdzenie: „Jeżeli w trójkąt prostokątny wpisemy okrąg, to iloczyn długości odcinków, na które dzieli przeciwprostokątną punkt styczności z okręgiem równa się polu tego trójkąta.”



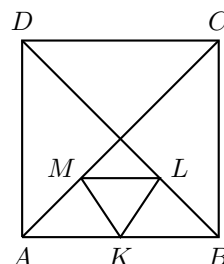
27. (R) Oblicz pole zacieniowanej figury.

28. (R) Oblicz promień okręgu wpisanego w trójkąt o bokach długości 5, 5 i 8.
 29. (R) Przez środek wysokości trójkąta równobocznego poprowadzono prostą równoległą do jednego z boków. Oblicz stosunek pól figur na jakie prosta podzieliła trójkąt. (Rozpatrz dwa przypadki.)
 30. (R) W trójkącie ABC , o kącie rozwartym przy wierzchołku C dane są długości boków $|AC| = 5$ cm i $|BC| = 12$ cm. Oblicz długość boku AB wiedząc, że pole trójkąta jest równe 24 cm².



31. (R) W oparciu o dane przedstawione na rysunku w skali 1 : 5500000 oblicz rzeczywistą odległość w linii prostej z Warszawy do Gdańska. Wynik podaj w zaokrągleniu do 1 km.

32. (R) Boki trójkąta mają długości $5, 3\sqrt{2}, \sqrt{13}$. Wyznacz miarę kąta znajdującego się naprzeciw najkrótszego boku oraz pole trójkąta.



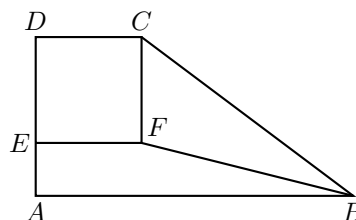
33. (R) Kwadrat $ABCD$ ma bok długości 2. Trójkąt KLM jest równoboczny. Oblicz pole tego trójkąta.

34. (R) W kwadracie $ABCD$ o boku długości 1 punkt K jest środkiem boku DC . Oblicz pole czworokąta $APKD$, gdzie P jest punktem przecięcia przekątnej AC i odcinka KB .

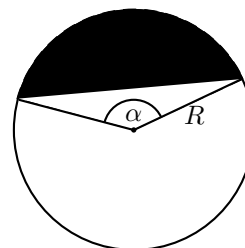
35. (R) Przekątne AC i BD kwadratu $ABCD$ przecinają się w punkcie O . Punkt M jest środkiem odcinka OD , N - środkiem boku BC . Udowodnij, że trójkąt AMN jest prostokątny i równoramienny.

36. (R) Trapez prostokątny podzielono odcinkiem równoległym do obu podstaw na dwie części o równych polach. Wyznacz długość tego odcinka wiedząc, że podstawy tego trapezu są długości 40 i 60, a ramię prostopadłe do podstaw ma długość 100.

37. (R) Trapez prostokątny $ABCD$ podzielono na trzy części o równych polach. Wiedząc, że czworokąt $EFCD$ jest kwadratem o boku długości 6 cm oblicz:
a) obwód trapezu $ABCD$,
b) cosinus kąta CFB .



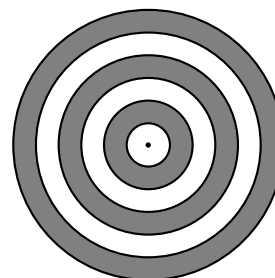
38. (R) Pole figury ograniczonej okręgiem opisanym na sześciokącie foremnym i brzegiem sześciokąta jest równe $4\pi - 6\sqrt{3}$. Wyznacz:
a) długość boku tego sześciokąta foremnego,
b) długość tego okręgu.



39. (R) Uzasadnij, że pole odcinka koła przedstawionego na rysunku można obliczyć według wzoru:

$$S = \frac{R^2}{2} \left(\frac{\pi}{180} \cdot \alpha - \sin \alpha \right).$$

40. (R) Trójkąt prostokątny ABC ma boki długości 3, 4, 5. Oblicz promień okręgu stycznego do przeciwprostokątnej i prostych będących przedłużeniami przyprostokątnych.



41. (R) Promienie współśrodkowych okręgów przedstawionych na rysunku są równe odpowiednio 1, 2, 3, 4, 5 i 6. O ile procent pole obszaru zacieniowanego jest większe od pola obszaru niezacieniowanego zawartego w kole o promieniu 6?