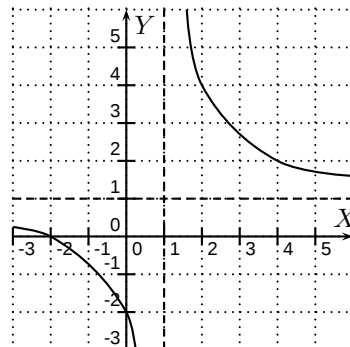


1. Naskicuj wykres funkcji, wyznacz jej dziedzinę, zbiór wartości, podaj równania asymptot, oblicz miejsca zerowe, określ argument, dla którego funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, podaj przedziały monotoniczności:

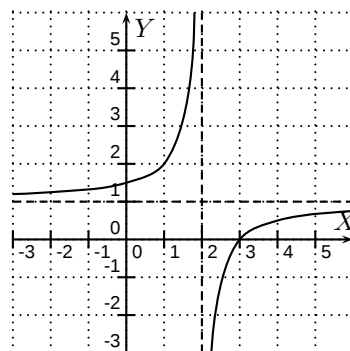
a) $f(x) = 1 - \frac{4}{x+2}$

b) $f(x) = \frac{-3x-6}{x+3}$

2. W oparciu o wykres funkcji wymiernej określonej wzorem $f(x) = \frac{ax+2}{bx+c}$, wyznacz wartości a, b, c .



3. Asymptotą pionową wykresu funkcji f o wzorze $f(x) = \frac{ax+b}{x+d}$, jest prosta o równaniu $x = 2$, a asymptotą poziomą prosta $y = 1$. Wyznacz wzór funkcji f .



4. Wykresy funkcji $f(x) = \frac{1}{x}$ i $g(x) = \frac{1}{k-1}x$ przecinają się w punkcie, którego rzędna równa się $\frac{1}{3}$.
- Oblicz odciętą punktu przecięcia wykresów.
 - Oblicz k .
 - Dla obliczonego k rozwiąż równanie $\frac{1}{4}f(x) = g(x)$.
5. Iloczyn liczb x i y jest równy połowie ich sumy. Wyznacz liczbę y jako funkcję liczby x dla $x \neq \frac{1}{2}$.
6. Odległość między dwiema przystaniami położonymi na rzece wynosi 8 km. Łódka przepływa tę drogę w obie strony w czasie 1 h i 40 minut. Oblicz prędkość łódki na wodzie stojącej, jeśli wiadomo, że prędkość prądu rzeki wynosi $2\frac{km}{h}$.
7. Wykonaj działania, określ dziedzinę:
- $\frac{x^3-3x^2+3x-1}{x^3-8} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-2x+1}$
 - $\frac{x+1}{x-1} : \frac{x^2+x}{3x-3}$
 - $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} - \frac{x^2+9}{x^2-9}$
 - $\left(x - \frac{x-2}{1+2x}\right) : \left(1 + \frac{x(x-2)}{1+2x}\right)$
8. Uprość wyrażenie: $\left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y}\right) \frac{x^2+xy}{x^2y^2}$.
9. Dane są wyrażenia $u = \frac{3x^2+12x}{(x-1)(x+4)}$ i $w = \frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1}$.
- Wyznacz dziedzinę każdego z nich.
 - Skróć ułamki u i w .
 - Zapisz $u + w$ w postaci ułamka.
10. Rozwiąż równanie:
- $x + \frac{21}{x} = 10$
 - $x + \frac{3}{x-3} = \frac{2x+3}{3-x}$

- c) $\frac{x+2}{x} + \frac{x}{x+2} = 2$
d) $1 + \frac{x}{x+2} = \frac{2x^2}{x^2-4}$
11. Rozwiąż nierówność:
a) $\frac{3}{x-2} \leq \frac{2}{x+3}$
b) $x \geq \frac{x+1}{1-x}$
c) $\frac{2x-5}{3-4x} > 1$
12. Wyznacz wszystkie wartości x spełniające warunek: $-3 < \frac{1}{x} < -\frac{1}{2}$.
13. Wyznacz dziedzinę funkcji f określonej wzorem: $f(x) = \sqrt{\frac{x^3-2x^2-x+2}{x+4}}$.
14. (R) Uzasadnij, że funkcja $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ przyjmuje dla dodatnich argumentów wartości nie mniejsze od 3.
15. (R) Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = \frac{3x-1}{2x+3}$.
a) Wyznacz dziedzinę i miejsca zerowe funkcji f .
b) Rozwiąż nierówność: $f(x) + 1 \leq f(x-3)$.
16. (R) Wyznacz asymptoty i osie symetrii wykresu funkcji $y = \frac{2x-4}{x+1}$.
17. (R) Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \frac{2|x|+1}{|x|-1}$. Na podstawie wykresu funkcji odczytaj przedziały, w których funkcja ta przyjmuje wartości ujemne.
18. (R) Sporządź wykres funkcji określonej wzorem: $y = \left| \frac{2x-1}{x+1} \right|$.
19. (R) Sprawdź, czy przekształcenie P płaszczyzny opisane wzorem $P((x, y)) = (y+2, x-1)$, gdzie (x, y) jest dowolnym punktem płaszczyzny, jest izometrią. Wyznacz równanie obrazu hiperboli o równaniu $x \cdot y = 2$ w przekształceniu P .
20. (R) Sporządź wykres funkcji:
a) $y = \sqrt[4]{\frac{1}{x^4}}$
b) $y = \frac{4-x^2}{x-2}$
c) $y = \frac{|x+2| - \sqrt{x^2-4x+4}}{x}$
21. (R) Dana jest funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$. Rozwiąż nierówność $f(x) - f(\frac{1}{x}) \leq f(x^3) - f(\frac{1}{x^3})$.
22. (R) Rozwiąż nierówność:
$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \dots + \frac{1}{(x+9)(x+10)} < \frac{1}{x-2}$$
23. (R) Rozwiąż równanie:
a) $\frac{5-x}{x^2-1} - \frac{2x-1}{x^2+x+1} = \frac{5x+4}{x^3-1}$
b) $\left| \frac{3}{|x+2|} - 1 \right| = 8$
c) $\left| \frac{6x-3}{2x+1} \right| = 3$
24. (R) Rozwiąż nierówność:
a) $\frac{(x-2)^3(x-1)}{(x-5)^2(x+1)} \leq 0$
b) $\frac{x^3-x+6}{x^2} \geq 0$
c) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} > \frac{1}{x^2+3x+2}$
d) $\frac{1}{|4-3x|} > 2$
e) $\left| \frac{2x-1}{x+2} \right| < 3$
f) $\left| \frac{1}{|x|} \right| < 1$