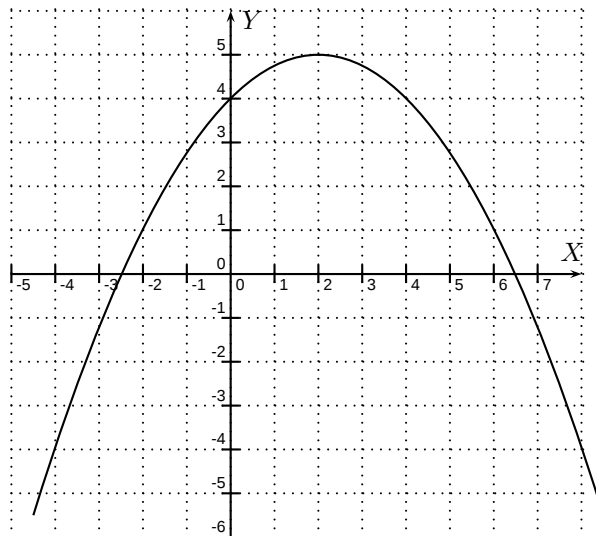


- Wiedząc, że liczba 2 jest miejscem zerowym funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 + bx - 12$, wyznacz współczynnik b oraz drugie miejsce zerowe tej funkcji. Przedstaw wzór funkcji w postaci kanonicznej i iloczynowej.
- Wyznacz współczynnik b tak, aby przedział $\langle -8, \infty \rangle$ był zbiorem wartości funkcji $f(x) = x^2 + bx + 1$.
 - Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = (1 - x)(x + 1) + 2x$. Wyznacz zbiór wartości funkcji f .



- Pewna parabola o wierzchołku $W = (2, 5)$ przecina oś w punkcie $A = (0, 4)$. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej, której wykresem jest parabola. Wyznacz miejsca zerowe tej funkcji.
- Wyznacz współczynniki b i c trójkątnu $y = x^2 + bx + c$, jeśli spełniony jest warunek:
 - trójkątn osiąga najmniejszą wartość równą 7 dla $x = -1$,
 - trójkątn przyjmuje wartości ujemne tylko dla $x \in (-1, 4)$,
 - wykres trójkątnu jest symetryczny względem prostej $x = 3$ i przecina oś OY w punkcie $(0, 5)$.
- Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 2x^2 - 5x + c$, gdzie $c \in \mathbb{R}$.
 - Wyznacz wszystkie wartości współczynnika c , dla których funkcja nie ma miejsc zerowych.
 - Wyznacz wszystkie wartości współczynnika c , dla których jednym z pierwiastków jest liczba 1, 5.
 - Wyznacz wszystkie wartości współczynnika c tak, aby wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f , należał do prostej o równaniu $y = -x$.
- Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji w podanym przedziale:
 - $f(x) = x^2 - 2x$, $x \in \langle -1, 3 \rangle$,
 - $f(x) = x^2 + 4x + 4$, $x \in \langle -4, -3 \rangle$.
- Funkcja kwadratowa f określona wzorem: $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma jedno miejsce zerowe oraz do jej wykresu należą punkty $A = (0, 1)$ i $B = (2, 9)$.
 - Wyznacz wartości współczynników a, b i c .
 - Oblicz miejsca zerowe funkcji f .
 - Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji.
- O jaki wektor należy przesunąć wykres funkcji f o wzorze $f(x) = 2x^2$, aby otrzymać wykres funkcji g opisanej wzorem $g(x) = 2(x + 1)^2 - 2x - 4$? Sporządź wykres funkcji g oraz wykres funkcji $h(x) = x - 1$. Na podstawie wykresów odczytaj liczbę rozwiązań równania $g(x) = h(x)$.
- W poniższej tabeli przedstawiono 4 argumenty i odpowiadające im wartości pewnej funkcji kwadratowej. Wyznacz wzór tej funkcji.

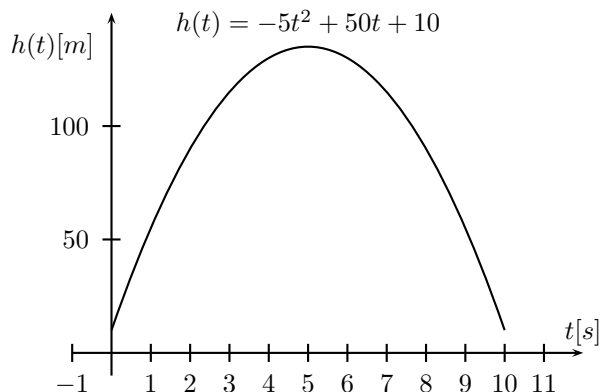
x	-2	0	2	4
y	-6	0	2	0

- Zakład „Cukiernik” produkuje torty w kształcie walca w różnych rozmiarach. Ich ceny podaje tabelka:

Średnia podstawy walca d [dm]	4	5	6	8	10
Cena c [zł]	40	60	84	144	220

a) Wyznacz wzór funkcji kwadratowej opisującej zależność między wielkościami c od wielkości d danymi w tabelce.

b) Wyznacz cenę tortu o średnicy 9 dm.



11. Pocisk wystrzelony pionowo w górę, po osiągnięciu maksymalnego punktu toru, spada w dół. Funkcja $h(t) = -5t^2 + 50t + 10$ przyporządkowuje czasowi t (w sekundach) lotu wysokość h (w metrach), na której znajduje się pocisk. Oblicz maksymalną wysokość, na której znajdował się pocisk.

12. Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie dodatniej x różnicę liczb wyrażających pole kwadratu o boku x i długości przekątnej tego kwadratu.

a) Podaj wzór funkcji f i narysuj jej wykres.

b) Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji f w przedziale $\langle \frac{\sqrt{2}}{4}, 2\sqrt{2} \rangle$.

13. Obwód prostokąta jest równy 24 cm. Jakie powinny być długości boków tego prostokąta, aby walec, który powstanie przez obrót prostokąta wokół jednego z boków, miała jak największe pole powierzchni bocznej?

14. Wyznacz dziedziny funkcji: $f(x) = \sqrt{(1-x)(3-x)}$ oraz $g(x) = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{3-x}$. Sprawdź, czy te dziedziny są równe.

15. Funkcja kwadratowa $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ przyjmuje jednakowe wartości dla argumentów 1 i 5. Do wykresu tej funkcji należy początek układu współrzędnych.

a) Wyznacz wartości współczynników b i c .

b) Dla wyznaczonych wartości współczynników b i c naszkicuj wykres funkcji f .

16. Rozwiąż układy nierówności:

$$\text{a) } \begin{cases} |x+4| \geq 2 \\ -5(x-1) > x(x-1) \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} (2x+1)^2 - 2x^2 - 10x \geq 5 + (x-1)^2 \\ 2 - \frac{2x+5}{2} < \frac{1-2x}{4} \end{cases}$$

17. a) Jeżeli odejmiemy od danej liczby jej odwrotność, to otrzymamy $\frac{9}{20}$. Jaka to liczba?

b) Kwadrat piątej części stada małąp zmniejszonej o 3 schował się w jaskini. Została na widoku jedna małąp, która weszła na drzewo. Ile było małąp?

c) Znajdź trzy kolejne liczby parzyste tak, aby suma kwadratów dwóch mniejszych liczb była równa kwadratowi trzeciej liczby.

18. Właściciel sklepu kupuje aparaty fotograficzne płacąc producentowi 100 zł za sztukę i sprzedaje 40 aparatów miesięcznie po 160 zł. Właściciel oszacował, że każda obniżka ceny aparatu o 1 zł zwiększa liczbę sprzedanych aparatów o jedną sztukę. Jaką powinien ustalić cenę, aby jego zysk był największy?

19. (R) Rozwiąż równania:

a) $x^4 - 3(x^2 - 1) = 7(x^2 - 3)$

b) $\sqrt{x-1} = x-3$

c) $|x| + |1-x^2| = 1$

d) $|x^2 + 4x - 5| + |x^2 + 4x| = 5$.

20. (R) Rozwiąż nierówność:

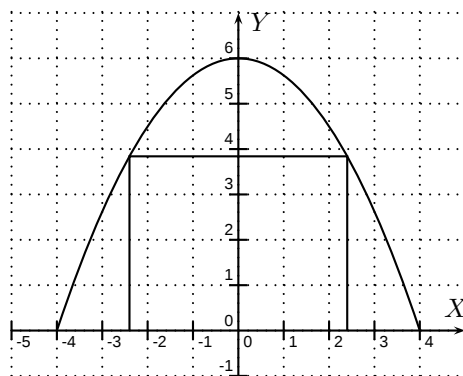
a) $5\sqrt{x-3} > x+1$

b) $|4x^2 - 4x + 3| < 2$

c) $(|x|-2)^2 \leq 1$

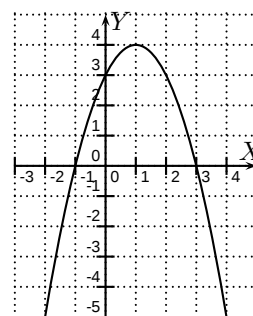
d) $|x| + |x-2| \geq x^2 - 2x + 1$.

21. (R) Jednokierunkowa droga o szerokości 8 m prowadzi przez tunel. Przekrój poprzeczny tunelu, przedstawiony na rysunku, ma kształt zbliżony do łuku paraboli o równaniu: $y = -\frac{3}{8}x^2 + 6$. Sprawdź, wykonując odpowiednie obliczenia, czy ciężarówka wioząca prostopadłościenny kontener o szerokości 4,8 m może przejechać tym tunelem, jeżeli najwyższy punkt kontenera znajduje się 4 m nad drogą.



22. (R) W pewnej klasie było 21 uczniów. Klasa podzieliła się na dwie grupy. Każdy uczeń z okazji zakończenia roku szkolnego podarował upominek wszystkim pozostałym kolegom ze swojej grupy. Jakie liczne były grupy, jeżeli liczba upominków była najmniejsza z możliwych.

23. (R) Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji $f(x) = -x^2 + bx + c$.
 a) Korzystając z wykresu funkcji wyznacz jej wzór.
 b) Wyznacz współrzędne takiego wektora $\vec{u}$, żeby obrazem paraboli w przesunięciu o wektor $\vec{u}$ był wykres funkcji parzystej, której zbiorem wartości jest $(-\infty, -1]$.



24. (R) Dla jakich wartości parametru a funkcja $f(x) = (a - 2)x^2 - 3x + ax + 1$ przyjmuje wartości dodatnie dla każdego $x \in \mathbb{R}$?
25. (R) Wyznacz wartości parametru a , dla których równanie $ax^2 - (a + 2)x + a + 2 = 0$ ma różne pierwiastki dodatnie.
26. (R) Wyznacz takie wartości parametru m , dla których rozwiązania x_1 i x_2 równania $x^2 + 13x - 24 = (10 - m)x - 15$, spełniają warunek

$$x_1^2 + x_2^2 = -3x_1x_2.$$

27. (R) Dane jest równanie $2x^2 - 13x + m = 0$. Wyznacz te wartości parametru m , dla których jeden z pierwiastków jest 2 razy większy od drugiego.
28. (R) Dla jakich wartości parametru $m \in \mathbb{C}$, pierwiastki funkcji kwadratowej zadanej wzorem $f(x) = x^2 - 3x + m + 1$ spełniają nierówność:

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} > 1?$$

29. (R) Dla jakich wartości parametru k rozwiązania równania $x^2 - (k + 1)x + \frac{6k}{5} = 0$ są równe sinusowi i cosinusowi tego samego kąta?
30. (R) Dla jakich wartości parametru m równanie: $-x^2 + 4x = m$ ma dwa pierwiastki, z których każdy jest większy od 1.
31. (R) Jaki prostokąt o obwodzie równym 10 cm ma najkrótszą przekątną.